



TITLE:

# 衛星通信システムにおける木プロ コトルの改良と性能解析(待ち行列 理論とその周辺)

AUTHOR(S):

尾家, 祐二; 室, 章治郎; 長谷川, 利治

---

CITATION:

尾家, 祐二 ...[et al]. 衛星通信システムにおける木プロコトルの改良と性能解析(待ち行列理論とその周辺). 数理解析研究所講究録 1984, 519: 1-21

ISSUE DATE:

1984-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/98436>

RIGHT:

## 衛星通信システムにおける

## 木プロトコルの改良と性能解析

佐世保高専電気 尾家 祐二 (Yuuji Oie)

京大工学部数理 室 章治郎 (Shojiro Muro)

京大工学部数理 長谷川利治 (Toshiharu Hasegawa)

## 1. はじめに

ランダム多重アクセス方式の代表例として, ALOHA 方式がある。この ALOHA 方式は, 多くの軽負荷端末からなる通信網においては, 固定割当て方式である TDMA 方式より優れていることが示されているが, 過負荷状態になると未処理パケットの数が著しく増加し, 軽負荷状態に戻った後もその未処理パケットが減少しないという現象が解析されている [CARL-75], [KLEI-75B]。これは, 衝突発生後の衝突解消手順 (Collision Resolution Algorithm。CRA と略す) として, 再送区間の最大値が一定であるようなアルゴリズムを用いているためである。CRA としては, これまで数々のアルゴリズムが提案されているが, そのなかでも木構造を利用した Tree algorithm [CAPE-79A,B], IBSA [TSYB-78],

LRTA [MERA-83] は, それぞれ最大スループットが 0.347, 0.375, 0.513 で, 安定な方式であることが示されている。

本論文においては, 衛星通信システムにおける木プロトコル (以下, TP 方式と略す) を改良し, その性能を解析する。新方式を適応型木プロトコル (Adaptive TP, 以下, ATP 方式と略す) と呼ぶ。Tree algorithm においては, 衝突発生毎に一定数 ( $=d$ ) のスロットが再送用として確保されるのに対し, 本方式ではスロットの前に split channel を付加し, 衝突したグループ数を認識できるので, そのグループの数だけ再送用スロットが確保される。このようにして, 衝突の状況に適応した効率の良い再送方法を実現している。Tree algorithm では, 連続した  $d$  個のスロットがー組となり, 初期伝送においてもグループ分けがなされているが, 本論文における TP 方式および ATP 方式では衝突発生以後グループ分けがなされる。平均パケット伝送遅延時間の数値結果より, ATP 方式が ALOHA 方式, TP 方式, IBSSA および LRTA より優れた方式であることが明らかになった。

## 2. 適応型木プロトコル — 木プロトコルの改良

[ 端末 ] 本論文では, 多くの端末からなる衛星通信システムを考察する。各端末は,  $K$  桁からなる  $d$  進法表示のアドレ

ス ( $a_K a_{K-1} \dots a_1$  ( $0 \leq a_i \leq d-1, i=1, 2, \dots, K$ )) を有するものとする。さらに、平均パケット伝送遅延時間の解析においては、各端末

はただ1つのバッファを持ち、端末の総数  $N$  は  $d^K/V$  ( $V$  は正の整数) で表わされるものと仮定する。上述のシステムを深さ (depth)  $K$ ,

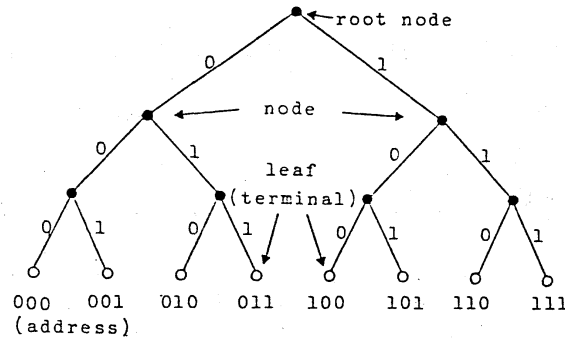


Fig.1 A tree graph and terminals in a system

次数 (degree)  $d$  の木グラフに対応づけると、各葉 (leaf) は各端末に対応する (Fig.1 参照)。  $V \neq 1$  の場合は、  $V$  個毎の葉だけが端末に対応し、その他の葉においてはパケットが発生することはない。ただし、木構造は再送手順において用いられるものであって、網のトポロジではない。

[ 回線 ] ATP 方式では、 Fig. 2 で示されているように、 split channel が設けられている。データパケットを伝送する際には、自局が属するグループ番号 ( $0 \sim d-1$ ) に従って、対応する split channel を ON する。この split channel では、 busy (ON 状態) と empty の 2 状態が検出される。また、回線は新しいパケットが伝送される競合状態 (contention state) と衝突を経験したパケットの再送が行なわれ

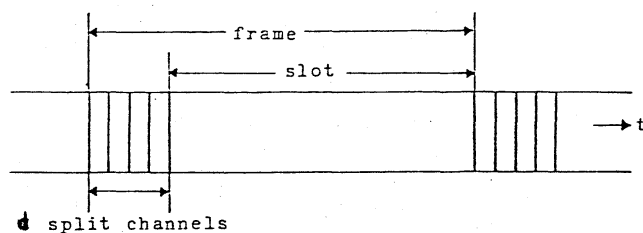


Fig.2 Channel time

る予約状態 (reserved state) の2状態に分かれる。

[伝送手順] 下記の性質を有する予約期間パラメータ (Reserved period parameter, 以下, RP と略す) を各端末が更新することにより, 回線状態—競合状態または予約状態—を認識し, 新しいパケットの伝送時期および衝突経験後の自局の再送時期を判断する (Fig. 3 参照)。

(i)  $RP = 0$  : 次のフレームは競合フレーム

(ii)  $RP \neq 0$  : 次のフレームは予約フレーム

各端末は次のように更新する。 $\theta$  は衝突したグループ数。

(i)  $RP := \text{Max}(RP - 1, 0)$  : uplink フレーム開始毎

(ii)  $RP := RP + \theta$  : downlink にて衝突検出時

新しいパケットを持っている端末は次の手順で伝送する。

(i) 競合フレームを待, てパケットを伝送。 $i := k$  とする。

(ii)  $A_i$  番目の split slot を ON して, パケットを伝送する。

(iii) downlink を監視して, 伝送の成功または衝突を検出。

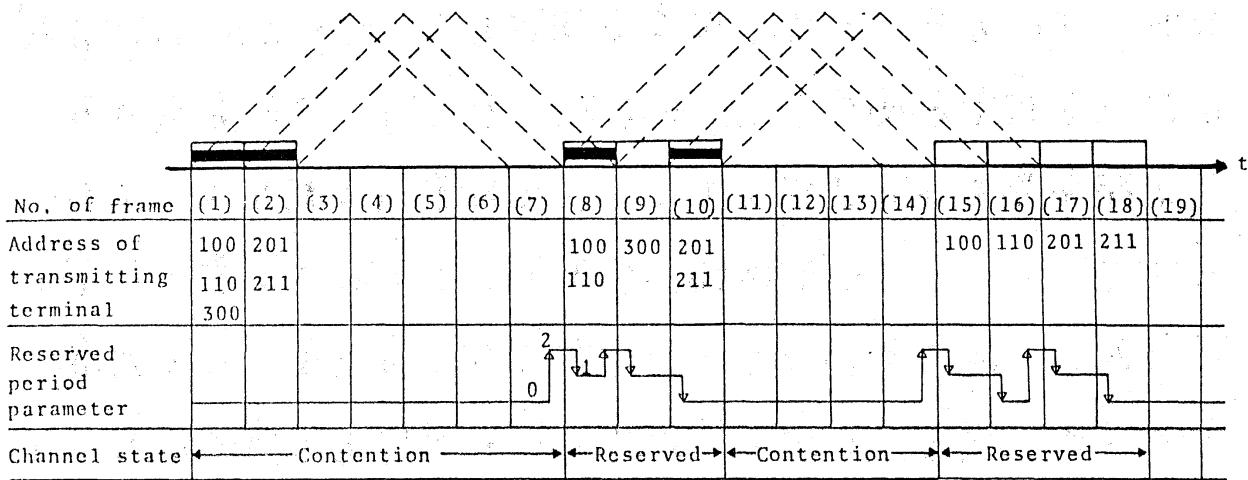
成功の場合は手順終了。衝突の場合は次へ。

(iv) 互いに衝突したパケットのグループ番号に従って再送順位を認識し, RP の値を考慮して再送時期を判断する。 $i := i - 1$  を行ない (ii) へ戻る。

今後, 時間の単位としてスロット長を用いる。フレーム長とスロット長の比  $\phi$  は, 1 split slot 長とスロット長の比  $\phi$

を用いると次式で与えられる。

$$\phi = 1 + d\eta. \quad (2.1)$$



(1),(2) : initial transmission,   : successful packet,   : collided packet,

Fig.3 Adaptive tree protocol in a satellite communication system ( $d=4$ ,  $K=3$ )

### 3. 衝突解消時間

本章においては、衝突発生後その衝突に関与したすべてのパケットの伝送が成功するまでに要するフレーム数について議論する。伝搬遅延時間が0の場合、この値は衝突解消時間 (Collision Resolution Time。以下、CRT と略す) になるので、以後この名称を用いる。また本章では、端末数を無限と仮定し、 $\eta=0$ として議論する。

衝突解消期間 (CR interval。以下、CRI と略す) の最初のフレームにおいて伝送した端末の数を重複度 (multiplicity)  $M$  で表わす。また、CRT は最初のフレームを含まないものとする。次数  $d$ 、重複度  $M$  が与えられたときの CRT の確率

母関数を次のように定義する。

$$S(k, d, Z) \triangleq \sum_{i=0}^{\infty} \text{Prob}[\text{CRT}=i \mid M=k, \text{Degree}=d] Z^i$$

以後, TP 方式における確率母関数を  $S_T(k, d, Z)$ , ATP 方式における確率母関数を  $S_A(k, d, Z)$  で表わす。TP 方式においては衝突発生毎に  $d$  個のスロットが再送用に割り当てられ, ATP 方式においては活性端末 (不ぐうつにおける葉) を含む部分木にのみ再送用フレームが割り当てられることを考慮すると次式を得る。ただし, パケットの発生は各端末において独立で同一の分布に従うものと仮定し, 端末数を無限と仮定しているため, 確率母関数の深さに関する変数は省く。深さ  $k$  と  $k+1$  における関係式は次のようになる。

$$S_T(k, d, Z) = \sum_{\sigma} p(n_1, \dots, n_d) \left\{ \prod_{i=1}^d S_T(n_i, d, Z) \right\} Z^d / d^k \quad (k \geq 2) \quad (3.1)$$

$$S_A(k, d, Z) = \sum_{\sigma} p(n_1, \dots, n_d) \left\{ \prod_{i=1}^d S_A(n_i, d, Z) Z^{\delta(n_i)} \right\} / d^k \quad (k \geq 2) \quad (3.2)$$

$$S_T(0, d, Z) = S_T(1, d, Z) = S_A(0, d, Z) = S_A(1, d, Z) = 1 \quad (3.3)$$

ここに,  $\delta(m)$  および多項係数  $p(n_1, \dots, n_d)$  は次式で定義される。また,  $\sum_{\sigma}$  は  $n_1 + \dots + n_d = k$  を満足する非負整数のすべての組み合わせに関する総和を表わす。

$$\delta(m) \triangleq 0 \quad (m=0), \quad 1 \quad (m \neq 0)$$

$$p(n_1, \dots, n_d) \triangleq k! / (n_1! \dots n_d!)$$

TP 方式および ATP 方式における CRT の平均値をそれぞれ  $t(k, d)$ ,  $a(k, d)$  で表わすと, これらは次式で与えられる。

$$t(k,d)=S_T'(k,d,1), \quad a(k,d)=S_A'(k,d,1)$$

(3.3) 式より,  $t(0,d)=t(1,d)=a(0,d)=a(1,d)=0$ . (3.1), (3.2) 式を  $z$  に関して微分し, さらに  $z \rightarrow 1$  とすると次式が得られる。

$$t(k,d) = \sum_0^d p(n_1, \dots, n_d) \{d + \sum_{i=1}^d t(n_i, d)\} / d^k \quad (k \geq 2) \quad (3.4)$$

$$a(k,d) = \sum_0^d p(n_1, \dots, n_d) \left[ \sum_{i=1}^d \{1 + a(n_i, d)\} \delta(n_i) \right] / d^k \quad (k \geq 2) \quad (3.5)$$

右辺の  $t(j,d)$  ( $a(j,d)$  も同様) の係数を  $\alpha_j$  で表わすと,  $\alpha_j$  は次式で表わされる。

$$\alpha_j = 1/j! \sum_{i=1}^d \frac{d^j}{dz^j} \sum_0^d p(n_1, \dots, n_d) z_1^{n_1} \dots z_d^{n_d} \Big|_{z_i=0, z_L=1 (L \neq i)} \\ = d \binom{k}{j} (d-1)^{k-j} \quad (j \geq 0)$$

したがって, (3.4), (3.5) 式は次のように書きかえられる。

$$t(k,d) = \{d^k + \sum_{n=2}^{k-1} \binom{k}{n} (d-1)^{k-n} t(n,d)\} / (d^{k-1} - 1) \quad (3.6)$$

$$a(k,d) = \{d^{k-(d-1)^k} + \sum_{n=2}^{k-1} \binom{k}{n} (d-1)^{k-n} a(n,d)\} / (d^{k-1} - 1) \quad (3.7)$$

[TSYB-78] において,  $d=2$  の TP 方式は BSA (Binary Symmetrical CRA) として紹介されているがその CRT については述べられていない。BSA を改良した IBSA (Improved BSA)

TABLE I

Collision Resolution Time (slots)  
with  
multiplicity  $k$

(k)	2	3	4	5	6
IBSA	3.500	6.000	8.643	11.31	13.98
LRTA	2.667	4.333	6.451	8.379	10.312
TP (d=2)	4.000	6.667	9.524	12.419	15.313
(d=4)	5.333	7.467	10.057	12.890	15.834
ATP (d=2)	3.000	5.333	7.762	10.210	12.657
(d=4)	2.333	3.867	5.514	7.222	8.958
(d=8)	2.143	3.397	4.736	6.140	7.590
(d=16)	2.067	3.192	4.369	5.592	6.854

および ATP 方式と同様にデ-タスロットの前に mini-slot を設けた LRTA の CRT を各文献より引用して, TABLE I に与える。LRTA は mini-



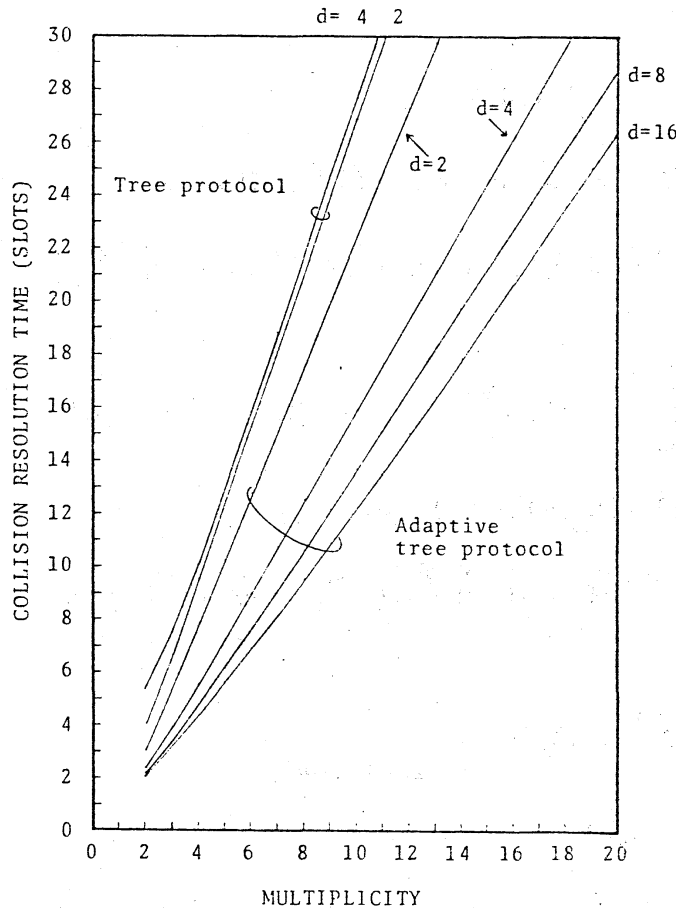


Fig.4 Collision resolution time

いては次式が成立する。

$$(26/9 - 1/126)k - 2 \leq t(k, 2) \leq 26/9 k - 2 \quad (k \geq 3) \quad (3.8)$$

$$(22/9 - 1/252)k - 2 \leq a(k, 2) \leq 22/9 k - 2 \quad (k \geq 3) \quad (3.9)$$

$a(k, 2)$ について簡単な証明を行なう。まず上限については、TABLE I から  $k=3, 4, 5, 6$  について成立するのかわかる。 $k-1$ まで成立するものと仮定すると次を得る。

$$\begin{aligned} a(k, 2) &\leq 2 + (2^{k-1} - 1)^{-1} \{ (22/9k - 4)(2^{k-1} - 1) - 22/9k + 2k + 1 + \delta_2 \binom{k}{2} - \delta_4 \binom{k}{4} \} \\ &= 22/9k - 2 + (2^{k-1} - 1)^{-1} \{ k^2/18 - k/2 + 1 - \delta_4 \binom{k}{4} \} \end{aligned}$$

ここには、 $\delta_2 = (22/9 \cdot 2 - 2 - 3) = 1/9$ ,  $\delta_4 = 22/9 \cdot 4 - 2 - (7 + \frac{16}{21}) = 1/63$ である。 $\{ \}$ は  $k \geq 5$  において負であることを示すことができる。

slot においても衝突が検出できるものと仮定しているために、ATP ( $d=2$ ) より少ない時間で衝突が解消されているが、 $d \geq 4$  の場合 ATP が優れていることがわかる。TP, ATP 方式については、とくに Fig. 4 に CRT の特性を示す。

Fig. 4 から、CRT は重複度に関してほとんど線形であることがわかる。実際、 $d=2$  につ

るので、数学的帰納法より(3.9)式の右辺が証明された。下限についても同様の方法で証明できる。 $k=2, 3, 4, 5, 6$  については TABLE I から成立するのかわかる。 $k-1$ まで成立するものと仮定すると次式が得られる。

$$a(k, 2) \geq (22/9 - 1/252)k - 2 + (2^{k-1} - 1)^{-1} f(k)$$

$$f(k) \triangleq -(22/9 - 1/252)k + 2k + 1 + \delta'_2 \binom{k}{2} + \delta'_3 \binom{k}{3} + \delta'_5 \binom{k}{5}$$

ここに、 $\delta'_2 = 3 - \{(22/9 - 1/252) \cdot 2 - 2\}$ ,  $\delta'_3 = 16/3 - \{(22/9 - 1/252) \cdot 3 - 2\}$ ,  $\delta'_5 = 10.210 - \{(22/9 - 1/252) \cdot 5 - 2\}$ 。すなわち  $\delta(k, d)$  は  $k \geq 6$  において正であるから、数学的帰納法より(3.9)式の左辺が証明された。 $t(k, 2)$  についても同様にして証明することができる。

次に、伝搬遅延時間を0とした場合の TP ( $d=2$ ) および ATP ( $d=2$ ) の最大スループットについて考察する。まず、次で定義される重複度の過程  $\{H_i, i \geq 0\}$  を考える。

$H_i$ :  $i$  番目の CRI の最初のフレームにおいて伝送した  
端末数

伝搬遅延時間を0と仮定している中で、 $H_i$ による衝突がすべて解消されるまで新しいパケットの伝送は行なわれない。

したがって、

$$E[H_{i+1} | H_i = k] = \lambda \{a(k, d) + 1\}$$

新しいパケットの発生がポアソン分布に従うものと仮定すれば、 $\{H_i\}$ はマルコフ連鎖となる。また、 $a(k, d)$ が有限な

値ともつとき，パケットは有限な遅延時間で伝送され，系は安定であるということができる。そのためには，次の条件を満足しなければならない（ $\{H_i\}$  のエルゴード性）。

$$E[H_{i+1} - H_i | H_i = k] < 0 \quad \forall k > L$$

$$E[H_{i+1} | H_i = k] < \infty \quad \forall k \leq L$$

したがって，次式が満足されるとき，系は安定である。

$$\lambda < k / \{a(k, d) + 1\}$$

(3.8) 式から，TP ( $d=2$ ) は， $\lambda < 0.34615 \dots a$  とき安定で， $\lambda > 0.34710 \dots a$  とき不安定である。(3.9) 式から，ATP ( $d=2$ ) は， $\lambda < 0.40909 \dots a$  とき安定で， $\lambda > 0.40976 \dots a$  とき不安定である。TP 方式と Tree algorithm は，スループット解析モデル ((3.1) 式) が等しく，Capetanakis 氏別の方法で得た最大スループット 0.347 とほぼ等しい結果が得られた。

このように，最大スループットは，CRT の値そのものよりその変化（増大）率に依存する。このような見地から， $d=2$  と  $d=4$  の TP 方式はほぼ等しい最大スループットが得られることが予想されるし，ATP 方式では，次数が増加するにつれ最大スループットも大きくなることが予想される。

本章では， $\eta=0$  とし端末数も無限として解析を行った。本章においては，split channel 長も考慮し，有限な端末数の場合の平均パケット伝送遅延時間を解析する。

#### 4. 平均パケット伝送遅延時間

パケットの発生時からその伝送が正確(衝突せず)に受信されるまでの平均パケット伝送遅延時間を求める。

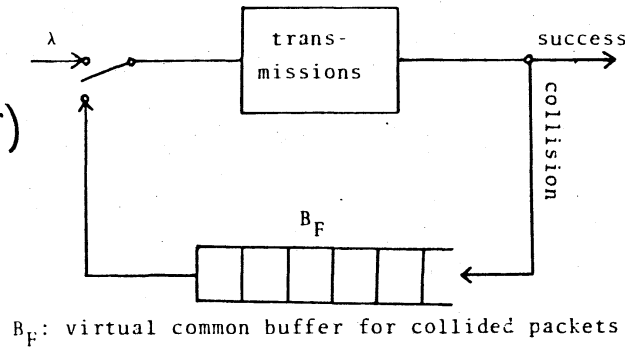


Fig.5 Queueing model

本章で考察するシステムは右

図で示される待ち行列システムで表わされる。ここで、衝突を経験したパケットの伝送が行なわれる際は、新しいパケットの伝送はなされない。

##### 4.1. 平均競合期間と平均予約期間

回線時間には、新しいパケットが伝送される競合期間と衝突を経験したパケットが再送される予約期間とが交互に現われる。各競合期間と各予約期間がそれぞれ独立で同一の分布に従い、競合期間と予約期間が互いに独立であると仮定すると、競合期間と予約期間は以下で近べる単一窓口の待ち行列システムにおける遊休期間と稼働期間に相当する [KLEI-75A]。

[到着過程] 客の到着率が  $q_c$  (1フレーム) であり次式が成立。

$$\text{Prob}[n \text{ フレーム間に } i \text{ 人到着}] = \binom{n}{i} q_c^i (1-q_c)^{n-i}.$$

[サービス過程] TP では一定時間 ( $=d$ ) サービス。ATP では平均が  $\bar{g}$  であるような一般分布に従う。

ただし、 $q_c$  および  $\bar{g}$  は次を表わす。

$q_c$ : 衝突フレームの発生率

$\bar{g}$ : 再送用フレームの平均 (1 衝突フレーム当たり)

以上のような待ち行列システムとの対応づけから次を得る。

$$\bar{C}_p = \sum_{i=1}^{\infty} i (1-q_c)^{i-1} q_c = 1/q_c. \quad : \text{平均競合期間} \quad (4.1.1)$$

$$\bar{R}_p = \bar{g}/(1-q_c \cdot \bar{g}). \quad : \text{平均予約期間} \quad (4.1.2)$$

#### 4.2. 衝突フレームの発生率

1 フレーム当たりのパケットの伝送率を  $p$  (1 端末当たり) で表わす。  $p$  が与えられた際、深さ  $j$  のシステムにおいて発生する衝突フレームの数を表わす確率変数を  $q^j(p)$  と記す。そこで、次の確率を定義する。

$$\begin{aligned} q(i, j) &\triangleq \text{Prob}[q^j(p) = i-1] \quad (j \geq 2) \\ q(0, j) &\triangleq (1-p)^{d(j)} \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

$$q(1, j) \triangleq d(j)p(1-p)^{d(j)-1}$$

$$\text{但し, } d(i) \triangleq d^i/V \quad (1 \leq i \leq K), \quad 1 \quad (i=0). \quad (4.2.2)$$

衝突フレームの最大値は葉を除く節点の総数に等しいので次式が成立する。

$$\sum_{i=0}^{y(j)+1} q(i, j) = 1, \quad y(j) \triangleq \sum_{n=0}^{j-1} d^n.$$

ここで、次の確率母関数を定義し、その関係式を求める。

$$Q_j(z) \triangleq \sum_{i=0}^{y(j)+1} q(i, j) z^i \quad (4.2.3)$$

各端末が互いに独立にパケットを発生するものと仮定すると次式が得られる。

$$\begin{aligned}
Q_j(Z) = & q^d(0, j-1) + dq(1, j-1)q^{d-1}(0, j-1)Z \\
& + \left[ \sum_{n=0}^d \binom{d}{n} q^n(0, j-1) \left\{ \prod_{k=1}^{d-n} \sum_{i_k=1}^{y(j-1)+1} q(i_k, j-1) Z^{i_k-1} \right\} Z^2 \right. \\
& \left. - q^d(0, j-1)Z^2 - dq^{d-1}(0, j-1)q(1, j-1)Z^2 \right] \quad (j \geq 2)
\end{aligned} \quad (4.2.4)$$

上式の第一項は伝送がなされない場合，第二項は伝送が成功する場合，そして残りの項は衝突が発生する場合に相当する。上式を変形すると(4.2.5)式が得られる。 $j=1$ の場合については， $d/v$ 個の葉からなる木グラフを考察すればよいので(4.2.6)式を得ることが出来る。

$$\begin{aligned}
Q_j(Z) = & q^d(0, j-1)(1-Z^2) + dq(1, j-1)q^{d-1}(0, j-1)(1-Z)Z \\
& + [Q_{j-1}(Z) - q(0, j-1)(1-Z)]^d \quad (j \geq 2).
\end{aligned} \quad (4.2.5)$$

$$\begin{aligned}
Q_1(Z) = & [1 - (1-p)^{d(1)} - d(1)p(1-p)^{d(1)-1}]Z^2 \\
& + (1-p)^{d(1)} + d(1)p(1-p)^{d(1)-1}Z.
\end{aligned} \quad (4.2.6)$$

衝突フレーム数の期待値を $g(p)$ で表わすと， $g(p)$ は次のようにして求めることができる。

$$\begin{aligned}
q(p) & \triangleq \sum_{i=1}^{y(K)} i q(i+1, K) = \frac{d}{dZ} Q_K(Z) \Big|_{Z=1-(1-q(0, K))} \\
& = Q'_K(1) - [1 - (1-p)^N]
\end{aligned} \quad (4.2.7)$$

各 $Q'_j(1)$ については，(4.2.5)式，(4.2.6)式から次の関係式が得られ，逐次代入することによって $Q'_k(1)$ が求まる。

$$\begin{aligned}
Q'_j(1) = & d[Q'_{j-1}(1) + (1-p)^{d(j-1)}] \\
& - 2(1-p)^{d(j)} - d(j)p(1-p)^{d(j)-1} + 2 - d \quad (j \geq 2)
\end{aligned} \quad (4.2.8)$$

$$Q'_1(1) = 2 - 2(1-p)^{d(1)} - d(1)p(1-p)^{d(1)-1} \quad (j=1) \quad (4.2.9)$$

$$q(p) = \sum_{i=0}^{K-1} [d^i - d^i(1-p)^{d(K-i)} - Np(1-p)^{d(K-i)-1}]. \quad (4.2.10)$$

これまで、伝送率  $p$  が与えられた場合を考察したが、競合期間のなかでも競合期間開始フレーム（下図、フレーム B）とその他のフレーム（フレーム A）では伝送率が異なる。定常な状態では、競合期間において伝送されたすべてのビットが衝突せずに伝送されるまでに発生する衝突フレームの総数と、競合期間と予約期間と合わせた 1 周期に現われるフレームの総数とが等しいと考えられる。したがって、任意のフレームにおける衝突発生率  $q_c$  は次式で求まる。

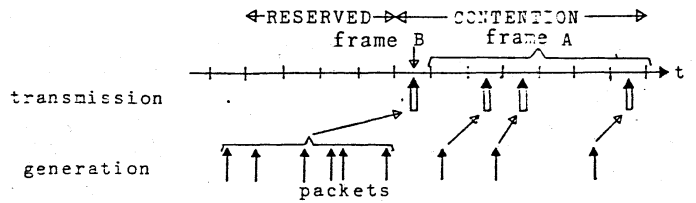


Fig.6 Initial transmissions in contention frames

$$q_c = [q(\alpha)(\bar{C}_p - 1) + q(\beta)] / (\bar{R}_p + \bar{C}_p). \quad (4.2.11)$$

ここに、 $\alpha$  と  $\beta$  はそれぞれフレーム A およびフレーム B におけるビットの伝送率を表わし、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \alpha &= \lambda \phi / N, \\ \beta &= \alpha(1 + \bar{R}_p). \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

### 4.3 平均再送用フレーム数 $\bar{q}$

衝突が発生する毎に割り当てられる再送用フレーム数の平均を求める。TP 方式の場合、 $\bar{q} = d$  (一定) であるが、ATP 方式においては、互いに衝突し合うグループの数で表わされる。ここで、深さ  $\phi$  のある節点 (node) を根節点 (root node)

とする部分木を  $T_j$  で表わす。また、あるフレームにおいて伝送している端末を活性 (active) であると呼び、活性端末を含む部分木も活性であると呼ぶ。特に、活性端末を2以上含む部分木を衝突 (colliding) 部分木と呼ぶことにする。

また、次の確率を定義する。

$$g_i^j(p) \triangleq \text{Prob}[i \text{ } T_{j+1} \text{'s among colliding } T_j \text{'s offspring are active}],$$

$$p_a^j(p) \triangleq \text{Prob}[T_j \text{ is active}] = 1 - (1-p)^{d(K-j)},$$

$$p_c^j(p) \triangleq \text{Prob}[T_j \text{ is colliding}] \\ = 1 - (1-p)^{d(K-j)} - d(K-j)p(1-p)^{d(K-j)-1},$$

$g_i^j(p)$  は上記の確率を用いて次のように表わされる。

$$g_i^j(p) = \begin{cases} \binom{d^*}{i} X^i (1-X)^{d^*-i} / p_c^j(p) & (i \geq 2) \\ [d^* p_c^{j+1} (1-X)^{d^*-1}] / p_c^j(p) & (i=1) \end{cases} \quad (4.3.1)$$

$$g_i^{K-1}(p) = 0 \quad (d/V < i \leq d) \quad (V \neq 1)$$

但し、 $X$  および  $d^*$  は次のように定義する。

$$X \triangleq p_a^{j+1}(p)$$

$$d^* \triangleq d \quad (0 \leq j \leq K-2), \quad d/V \quad (j=K-1).$$

次の確率を定義する。

$$g_i(p) \triangleq \text{Prob}[i \text{ split slots are busy in a collided frame}].$$

$g_i(p)$  を求めるためには、各  $g_i^j(p)$  に対し  $d^j \cdot p_c^j(p)$  に比例した重みづけをする。 $\sum_{j=0}^{K-1} d^j \cdot p_c^j(p) = q(p)$  であることを考慮すれば次式が得られる。

$$g_i(p) = \left\{ \sum_{j=0}^{K-1} d^j p_c^j(p) g_i^j(p) \right\} / q(p). \quad (4.3.2)$$



$g_i(p)$  の確率母関数を定義すると、その平均  $\bar{g}(p)$  は (4.3.4) 式で表わされる。

$$G_p(Z) \triangleq \sum_{i=1}^d g_i(p) Z^i, \quad (4.3.3)$$

$$\begin{aligned} \bar{g}(p) &= G'_p(1) \\ &= h(p) / q(p) \end{aligned} \quad (4.3.4)$$

但し、 $h(p)$  は次式で定義される。

$$h(p) \triangleq q(p) + Np - 1 + (1-p)^N. \quad (4.3.5)$$

フレーム A と フレーム B ( Fig. 6 参照 ) における伝送率  $\alpha$  が異なる  $\alpha$  で、平均再送用フレーム数  $\bar{g}$  は次のようになる。

$$\bar{g} = \{h(\alpha)(\bar{C}_p - 1) + h(\beta)\} / \{q(\alpha)(\bar{C}_p - 1) + q(\beta)\} \quad (4.3.6)$$

#### 4.4 平均再送回数 $\bar{Y}$

伝送率  $p$  が与えられたとき、あるフレームにおいて伝送されたビットが成功するまでに丁度  $i$  回の再送を行なう確率を  $r_i(p)$  で表わす。ある活性端末  $t_a$  に注目し、 $r_i(p)$  を求めると、次のように 2 つの確率  $\alpha$  積で表わされる。

$$\begin{aligned} r_i(p) &= \text{Prob} [ t_a \text{ を含む部分木 } T_i \text{ は他の活性端末を含まない} ] \\ &\quad \cdot \text{Prob} [ t_a \text{ を含まない } d-1 \text{ 個の部分木 } T_i \text{ は少なくとも} \\ &\quad \quad \quad 1 \text{ 個の活性端末を含む} ] \end{aligned}$$

したがって、次の得られる。

$$r_i(p) = \begin{cases} (1-p)^{d(K-i)-1} (1-(1-p)^{d(K-i)(d-1)}) & (i \geq 1) \\ (1-p)^{d(K)-1} & (i=0). \end{cases} \quad (4.4.1)$$

$P$  が与えられた場合の平均再送回数  $r(P)$  は次で得られる。

$$r(P) = \sum_{i=0}^K i r_i(P). \quad (4.4.2)$$

次の確率を考慮すると、 $\bar{r}$  は (4.4.5) 式で得られる。

$$\begin{aligned} P_A^{\Delta} &= \text{Prob}[\text{initial transmission occurs in frame A}] \\ &= (\bar{C}_p - 1) / (\bar{R}_p + \bar{C}_p). \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

$$\begin{aligned} P_B^{\Delta} &= \text{Prob}[\text{initial transmission occurs in frame B}] \\ &= (\bar{R}_p + 1) / (\bar{R}_p + \bar{C}_p). \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

$$\bar{r} = r(\alpha)P_A + r(\beta)P_B \quad (4.4.5)$$

#### 4.5 平均パケット伝送遅延時間

パケットが発生してから、その伝送が正確に受信されるまでの平均遅延時間  $\bar{D}$  は次式で与えられる。

$$\bar{D} = \bar{D}_1 + D_2 + \bar{D}_3 \quad (4.5.1)$$

但し、

$$\bar{D}_1 = (1/2)P_A + \{(1+\bar{R}_p)/2\}P_B \quad (4.5.2)$$

$$D_2 = 1+R \quad (4.5.3)$$

$$\bar{D}_3 = \bar{r}(1+R+\bar{W}). \quad (4.5.4)$$

$\bar{D}_1$  はパケットの発生時から初期伝送までの待ち時間、 $D_2$  は伝送および伝搬遅延時間、 $\bar{D}_3$  は再送による遅延時間を表わす。

$R$  は伝搬遅延時間 (a round trip propagation delay) ( $7L - \epsilon$ ) と表われ、次の記号を用いると (4.5.5) 式で与えられる。

$$R_0^{\Delta} \triangleq \text{a round trip propagation delay (sec)}$$

$$S^{\Delta} \triangleq \text{channel capacity (bit/sec)}$$

$$L^{\Delta} \triangleq \text{frame length (bit)}$$

$$R = [R_0/(L/S)]^+ \text{ (frames)} \quad (4.5.5)$$

但し,  $[X]^+$  は  $X$  以上の最小の整数を表わす。

(4.5.4) 式の  $\bar{W}$  は再送時における平均待ち時間を表わし, 次の2つの要素に分解される。一方は, 自局の衝突を検出した時点で  $RP \neq 0$  (2章参照) であるとき生じる待ち時間であり, 他方は互いに衝突したパケットの間の再送順位によって生じる待ち時間である。それぞれの平均待ち時間を  $\bar{W}_1$  および  $\bar{W}_2$  で表わすと,  $\bar{W}_1$  は4.1節で述べた待ち行列系における待ち時間であるから,  $G/G/1$  の公式を用いて与えることができる。また,  $\bar{W}_2$  は(4.5.7)式で得られる。

$$\bar{W} = [\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + (\bar{t})^2(1-\rho)^2] / \{2\bar{t}(1-\rho)\} - \bar{I}^2 / (2\bar{I}) \quad (4.5.6)$$

$$\bar{W}_2 = (\bar{g}-1)/2. \quad (4.5.7)$$

(4.5.6) 式については [KLEI-75A] を参照。

$\bar{D}$  を求めるためには,  $\alpha, d, K, R, \eta$  を与えたのち, (4.1.1), (4.1.2), (4.2.11), (4.3.6) 式から  $\bar{C}_p, \bar{R}_p, g_c$  および  $\bar{g}$  を求めなければならない。(4.1.1) および (4.1.2) 式を (4.2.11) 式に代入すると  $g_c$  に関する2次方程式が得られる。また, (4.1.1) と, (4.1.2) 式を変形した式 ( $\bar{g} = R_p / (1 + g_c R_p)$ ) を (4.3.6) 式に代入するとやはり  $g_c$  に関する2次方程式が得られる。両方とも正の解が一つ存在し, これらを用いて  $g_c$  が求まる。あとはこの  $g_c$  を各式に代入することによってその他の変数について

も値が決定する。

(4.5.1) 式の  $\bar{D}$  はフレーム単位の遅延時間である。スロット単位にするには次式を用いる。

$$D_s = \bar{D} \cdot \phi. \quad (4.5.8)$$

## 5. 数値結果および考察

$R_0 = 270 \text{ ms}$ ,  $S = 50 \text{ kbit/sec}$ ,  $L = 1125 \text{ bit}$  (4.5節参照) であるような衛星通信システムを仮定する [SCHW-77]。

最大再送区間およびあるようなALOHA方式 [KLEI-75B], TP方式およびATP方式の平均パケット伝送遅延特性をグラフに示す。Fig. 7, 8 および 9 を比較すると, ATP方式が良好な特性を示していることがわかる。また, 3章において端末数を無限と仮定した場合得られた最大スループット約34.6% ( $d=2$  のTP), 約40.9% ( $d=2$  のATP) とほぼ近い値が, 平均パケット伝送遅延の数値結果より得られた。さらに, シミュレーション実験結果も数値結果とほぼ等しく, 解析モデルが妥当であることを示された。Fig. 9 は  $\eta=0$  の場合であるが,  $\eta=0.01$  の場合について, Fig. 10 にその特性を示す。このとき,  $d=8$  と16の特性はほとんど等しい。 $\eta$ の値が定まることにより, 最適な  $d$  の値が決定されよう。

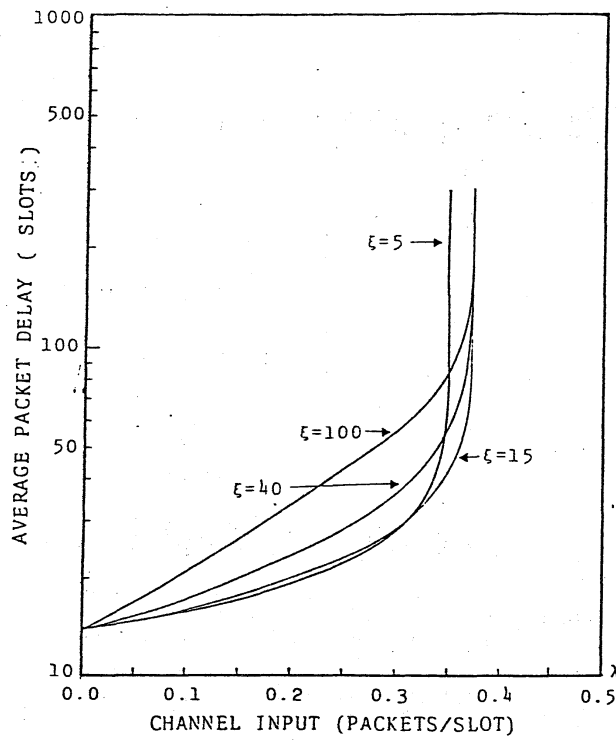


Fig. 7 ALOHA protocol  
:Average packet delay

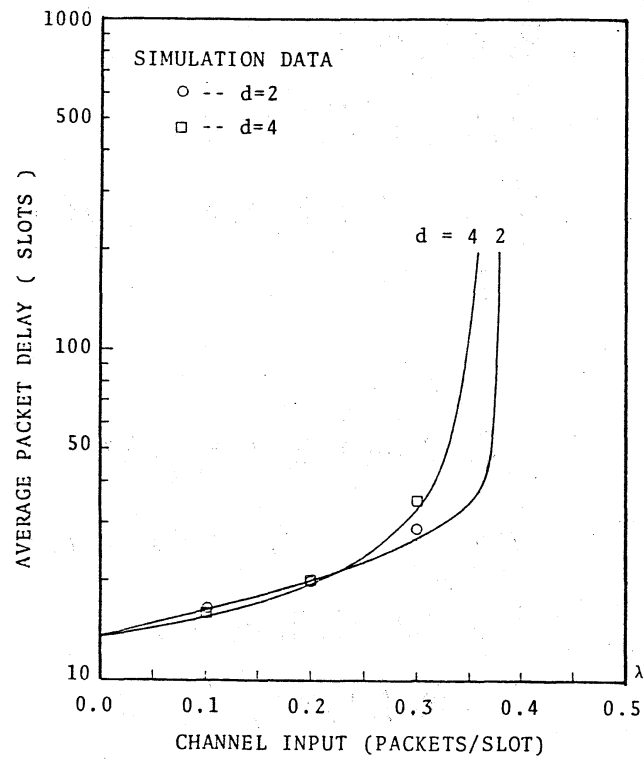


Fig. 8 Tree protocol  
:Average packet delay (N=1024)

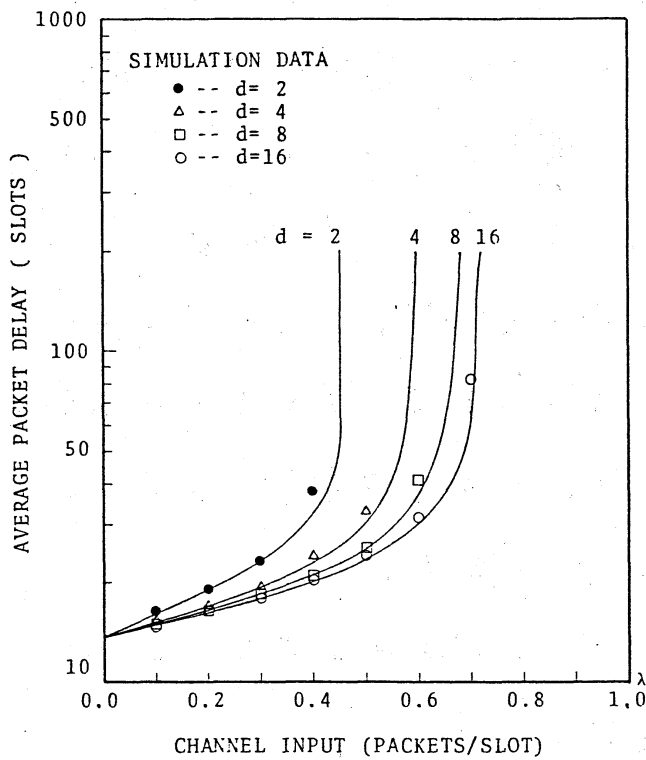


Fig. 9 Adaptive tree protocol  
:Average packet delay (N=1024,  $\eta=0.0$ )

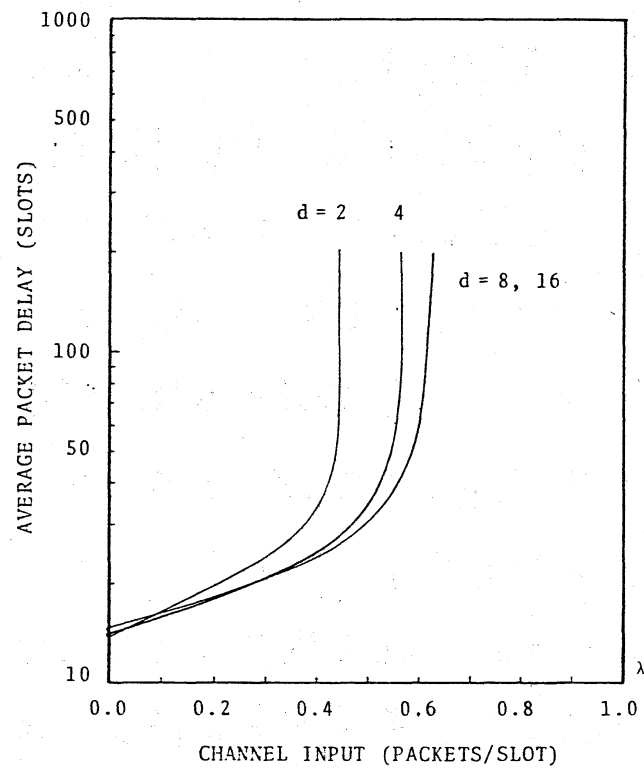


Fig. 10 Adaptive tree protocol  
:Average packet delay (N=1024,  $\eta=0.01$ )

### Reference

- [CAPE-79A] Capetanakis, J.I.: "Tree Algorithm for packet broadcast channels," IEEE Trans. Inf. Theory, vol.IT-25, No.5, pp.505-515, 1979.
- [CAPE-79B] Capetanakis, J.I.: "Generalized TDMA: The multi-accessing Tree protocol," IEEE Trans. Commun., vol.COM-27, No.10, pp.1476-1484, 1979.
- [CARL-75] Carleial, A.B. and Hellman, M.E.: "Bistable behavior of ALOHA-type systems," IEEE Trans. Commun., vol.COM-23, No.4, pp.410-423, 1975.
- [KLEI-75A] Kleinrock, L.: Queueing systems vol.1: theory, John Wiley & Sons, 1975.
- [KLEI-75B] Kleinrock, L. and Lam, S.S.: "Packet switching in a multiaccess broadcast channel: Performance evaluation," IEEE Trans. Commun., vol.COM-23, No.4, pp.410-423, 1975.
- [MERA-83] Merakos, L. and Kazakos, D.: "Multiaccess of a slotted channel using a control mini-slot," Proc. of ICC'83, pp.C5.3.1-C5.3.6 (1983)
- [SCHW-77] Schwartz, M.: Computer-Communication Network Design and Analysis, Prentice-Hall, 1977.
- [TSYB-78] Tsybakov, B.S. and Mikhailov, V.A.: "Free synchronous packet access in a broadcast channel with feedback," Problems of information Transmission, vol.14, No.4 (1978), Translated from Problemy Peredachi Informatsii, vol.14, No.4, pp.32-59, (1978)